

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по НИР ФГБОУ ВПО
«Саратовский государственный

университет имени

Н.Г. Чернышевского»,

д. физ.-мат. наук, профессор

А.В. Стальмахов

« 15 мая 2015 г.



ОТЗЫВ

ведущей организации ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» на диссертацию Якубенко Ильи

Павловича «Оптимальное управление линейной системой со случайными коэффициентами и квадратичным критерием качества», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Реальные управляемые системы подвержены влиянию внешних факторов. Если такое влияние не является значительным, то можно обойтись детерминированными математическими моделями. Если влиянием внешних факторов нельзя пренебречь, то можно строить математические модели, коэффициенты которых являются случайными процессами. Большое распространение получили модели, использующие в качестве возмущения случайный белый шум, при этом разработаны способы управления линейными системами с квадратичным критерием качества (оптимальные регуляторы) СМ., например, работы: Афанасьев В. Н. Математическая теория конструирования систем управления / В. Н. Афанасьев, В. Б. Колмановский, В. Р. Носов. - М. : Высшая школа, 1998. - 574 с., Bryson, A.E. Applied Optimal Control / A.E. Bryson, Yu-Chi Ho, Waltham. - Massachusetts : Blaisdell Publishing Сотрапу, 1975, - 496 р. Многие системы хорошо моделируются дифференциальными уравнениями, коэффициенты которых являются случайными процессами, которые является более общими по сравнению с системами, содержащими белый шум, поэтому актуальной является задача построения теории для таких более общих управляемых систем. Оказывается, что указанные системы могут быть исследованы с использованием метода, разработанного В. Г. Задорожним для нахождения статистических характеристик решений дифференциальных уравнений, коэффициенты которых являются случайными процессами.

Диссертационная работа Якубенко И. П. состоит из введения, четырех глав, библиографического списка работ, приложения и занимает 130 страниц. Библиография содержит 62 наименования.

В первой главе вводятся основные определения и понятия, относящиеся к вариационному дифференцированию и его применению к нахождению моментных функций случайных процессов.

Основные результаты этой главы - это явные формулы решения задачи Коши уравнения с обычной и вариационной производными. Полученные результаты позволяют находить явные формулы для математического ожидания и второй моментной функции решения линейного дифференциального уравнения, коэффициенты которого являются случайными процессами. В дальнейшем эти формулы постоянно используются в диссертации.

Отдельный параграф посвящен рассмотрению численных методов нахождения математического ожидания решения систем дифференциальных уравнений со случайными коэффициентами, который кажется наиболее естественным. В дискретные моменты времени случайные процессы реализуются как случайные величины. Находят приближенные решения и затем производится усреднение полученных решений. Метод реализован для конкретных дифференциальных уравнений и представляет интерес для сравнения с другими методами нахождения математического ожидания.

Основная задача, рассматриваемая в диссертации - это нахождение «экономного» управления линейной системой, обеспечивающего близость решения к нулю на заданном промежутке времени. Решение такой задачи может быть реализовано различными способами. В диссертации рассматривается наиболее естественный путь - нахождение управления с малым математическим ожиданием и второй моментной функцией, которое обеспечивает малость математического ожидания и второй моментной функции решения управляемой линейной системы. При этом задача ставится не о нахождении оптимального управления, а его статистических характеристик, которые доставляют минимум квадратичному функционалу, зависящему от первых двух моментных функций управления и траектории системы.

Во второй главе рассматривается несколько вариантов задачи оптимального управления. В первом варианте случайные коэффициенты заменяются их средними значениями, и решается полученная детерминированная задача. Во втором варианте ищется оптимальное управление, зависящее от реализации случайных коэффициентов и затем находятся математическое ожидание оптимального управления, оптимальной траектории и критерия качества. Третий вариант - сразу решается задача нахождения математического ожидания оптимального управления и математического ожидания оптимальной фазовой траектории. С этой целью сначала находятся выражения для математического ожидания управления, фазовой траектории и подставляются в критерий качества. В результате получается задача нахождения точек минимума детерминированного квадратичного функционала. Точки минимума - это функции, в которых вариационная производная обращается в нуль. Таким образом, получается

детерминированное уравнение для нахождения математического ожидания оптимального управления. Оказывается, что оно является уравнением Фредгольма второго рода.

В диссертации про водятся расчёты перечисленными методами для конкретных моделей. Результаты представлены в графическом виде и представляют значительный интерес для специалистов оптимального управления для сравнения с другими результатами.

В третьей главе рассматривается задача отыскания второй моментной функции оптимального управления линейной системой с критерием оптимальности, зависящим от квадратов второй моментной функции управления и второй моментной функции траектории. Используя результаты первой главы, находится явная формула для второй моментной функции решения линейной системы, которая подставляется в критерий качества. При этом получается задача отыскания точек минимума детерминированного квадратичного функционала. Условие равенства нулю вариационной производной этого функционала приводит к задаче решения уравнения Фредгольма второго рода.

В четвёртой главе приводится численный метод решения уравнения Фредгольма второго рода, при водится алгоритм метода и реализация в виде программы в среде Mathcad. Приведены расчёты второй моментной функции оптимального управления, которые представлены в графическом виде.

Отметим следующие замечания по диссертации.

1. В диссертации не обсуждается вопрос о нахождении моментных функций оптимального управления более высокого порядка (третьего, четвертого и т.д.).
2. В диссертации рассмотрены 3 метода нахождения математического ожидания оптимального управления, при этом, не указано какой из методов лучше.
3. Полезно было бы рассмотреть задачу с квадратичным критерием качества, в которой в критерии качества вместо второй моментной функции стоит квадрат дисперсионной функции управления и квадрат дисперсионной функции фазовой траектории. При этом задача технически упрощается и, возможно, этого будет и достаточно для практических задач.
4. Имеются отдельные ошибки набора текста, но их число является минимальным.

Оценивая работу в целом, отметим, что в ней развит оригинальный подход к построению оптимальных регуляторов. Рассмотренные примеры и расчёты представляют значительный конкретный материал, полезный при исследовании и разработке управляемых систем. Идеи и методы, рассмотренные в диссертации, допускают дальнейшее обобщение на управляемые системы дифференциальных уравнений и системы с распределёнными параметрами, структура которых может изменяться

случайным образом. Указанные недостатки не влияют на общую положительную оценку работы.

Работа тщательно выверена, все утверждения доказаны, автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации. Основные результаты диссертации полно и своевременно опубликованы. Полученные результаты могут быть использованы в развитии теории оптимальных систем в Московском государственном университете, Институте проблем управления, Саратовском государственном университете, Санкт-Петербургском государственном университете, Российском Университете Дружбы Народов, Воронежском государственном университете и других научных организациях.

Полученные результаты могут использоваться при чтении курсов по управляемым системам.

Содержание диссертации полностью соответствует паспорту научной специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

На основании вышеизложенного считаем, что докторская диссертация Якубенко Ильи Павловича «Оптимальное управление линейной системой со случайными коэффициентами и квадратичным критерием качества» по своему научному уровню, практической значимости, степени новизны полученных результатов соответствует всем требованиям п. 9 «Положения о присуждении ученых степеней» ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Отзыв утвержден на заседании кафедры дифференциальных уравнений и прикладной математики механико-математического факультета Саратовского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского, от «15» июля 2015 года, протокол № 12.

Заведующий кафедрой
дифференциальных уравнений и
прикладной математики, доктор
физико-математических наук,
профессор, Хромов Август Петрович
410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83
KhromovAP@info.sgu.ru
Тел. 8 (8452) 26-15-54
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

А.П.Хромов

А. П. Хромов

Подпись профессора А.П. Хромова
ЗАВЕРЯЮ
Проректор по НИР СГУ
д. физ.-мат.наук, профессор



А.В. Стальмахов